

RELATO DE EXPERIÊNCIA SOBRE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA NÚMEROS COMPLEXOS NO ENSINO MÉDIO NA EEEFM “PROFESSORA JURACI MACHADO”
EXPERIENCE REPORT ON A DIDACTIC SEQUENCE FOR COMPLEX NUMBERS IN HIGH SCHOOL AT EEEFM “PROFESSORA JURACI MACHADO”

ISSN: 2674-662X. DOI: 10.29327/2334916.19.2-91

Estela de Lourdes Lima ¹

RESUMO

Apesar de constituírem o conjunto numérico de maior cardinalidade e de sua inestimável contribuição para diferentes áreas da ciência e da tecnologia, bem como de sua articulação com diversos campos e linguagens da matemática, os números complexos atualmente não são considerados conteúdo obrigatório no Ensino Médio, nem são abordados em concursos e vestibulares. Como consequência, esse tema vem sendo gradualmente negligenciado pelos professores, limitando-se, muitas vezes, ao uso como ferramenta para extrair a raiz quadrada de números negativos. Diante desse cenário, este artigo propõe discutir de que forma o professor de matemática pode tornar o ensino dos números complexos mais interessante e útil para os alunos. O objetivo principal é contribuir para o processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo. Para isso, foi realizada uma pesquisa exploratória, de abordagem qualitativa, fundamentada em revisão bibliográfica e em práticas de pesquisa-ação. A partir da revisão teórica, constatou-se que, embora a matemática não seja considerada, por si só, a disciplina mais difícil, é geralmente trabalhada em sala de aula de forma expositiva, utilizando linguagem excessivamente simbólica e abordando conteúdos abstratos e descontextualizados. Tal abordagem tende a gerar sentimentos negativos em grande parte dos estudantes ao longo de sua trajetória escolar. Nesse contexto, argumenta-se que é possível despertar maior interesse dos alunos pelos números complexos ao demonstrar suas conexões com diferentes campos e linguagens da matemática, proporcionando abordagens mais contextualizadas e oferecendo múltiplas estratégias de resolução de problemas. A proposta de sequência didática apresentada neste trabalho busca, portanto, ampliar as possibilidades de compreensão e aplicação dos números complexos no Ensino Médio, favorecendo um aprendizado mais significativo.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino Aprendizagem; Sequência Didática; Números Complexos.

ABSTRACT

Despite being the numerical set with the greatest cardinality and having invaluable contributions to various fields of science and technology, as well as connections with multiple branches and languages of mathematics, complex numbers are currently not considered mandatory content in Brazilian high school curricula, nor are they addressed in entrance exams or public service exams. As a result, this topic has been gradually neglected by teachers, often reduced to a mere tool for extracting the square root of negative numbers. In this context, this article aims to discuss how mathematics teachers can make the teaching of complex numbers more interesting and useful for students. The main objective is to contribute to the teaching and learning process of this content. To achieve this, an exploratory study was conducted, using a qualitative approach, based on bibliographic review and action research. The literature review revealed that, although mathematics is not inherently considered the most difficult subject, it is commonly taught through expository methods, using excessively symbolic language and addressing abstract and decontextualized topics. This approach tends to generate negative feelings in many students throughout their education. Within this context, we argue that it is possible to foster greater student interest in complex numbers by demonstrating their connections with different mathematical fields and languages, enabling more contextualized approaches and offering multiple problem-solving strategies. The didactic sequence proposed in this study seeks to expand the possibilities of understanding and applying complex numbers in high school, promoting more meaningful learning.

KEYWORDS: Teaching Learning; Following teaching; Complex numbers.

¹ Mestra em em Ciências da Educação pela ACU – Absoulute Christian University.

INTRODUÇÃO

O pensamento matemático tem origem muito antiga, possivelmente iniciando-se há mais de trezentos mil anos a partir da percepção de diferenças e quantidades no ambiente, dando origem a conceitos básicos como forma, grandeza e número (RAMOS, 2017). Evidências arqueológicas indicam que a matemática surgiu no Egito antigo, seja por necessidades práticas como contagem e demarcação, ou por motivações religiosas e lúdicas. Com o tempo, a matemática evoluiu para uma ciência formal essencial ao avanço de outras áreas do conhecimento e da tecnologia (FELICITTI, 2010; RAMOS, 2017).

Apesar de sua importância, no Brasil a matemática não está enraizada culturalmente como um instrumento de resolução de problemas, gerando desinteresse e baixo desempenho dos alunos, especialmente devido a métodos tradicionais de ensino excessivamente teóricos e desconectados da realidade (FELICITTI, 2010; FAGUNDO, 2017; D'AMBROSIO, 1989).

Esse cenário motivou a pesquisa sobre o ensino dos números complexos no Ensino Médio, tema tratado de forma algébrica e simbólica, pouco contextualizado e de difícil aplicação prática, o que desestimula os estudantes (CHAGAS, 2013). Embora opcional no currículo oficial (BRASIL, 2007), o estudo dos números complexos tem grande relevância científica e tecnológica, mas é frequentemente negligenciado.

Este trabalho busca contribuir para o ensino-aprendizagem dos números complexos, propondo uma abordagem que articule suas diversas linguagens (algébrica, geométrica e trigonométrica), sua história e aplicações, além do uso de atividades com TIC para tornar o conteúdo mais acessível e motivador aos alunos.

A metodologia inclui revisão bibliográfica e pesquisa de campo com alunos e professores do Ensino Médio, visando construir propostas didático-pedagógicas

que aproximem teoria e prática no ensino dos números complexos.

A história dos números complexos remonta ao século XVI, quando matemáticos como Gerolamo Cardano começaram a encontrar soluções para equações cúbicas que envolviam raízes quadradas de números negativos, inicialmente chamados de “números imaginários” e tratados com desconfiança. Somente nos séculos XVIII e XIX, com contribuições fundamentais de Euler, Gauss e Cauchy, os números complexos foram formalmente reconhecidos e estruturados, principalmente com a interpretação geométrica no plano de Argand-Gauss, que associa cada número complexo a um ponto no plano cartesiano, facilitando a visualização das operações algébricas como rotações e translações (DANTE, 2019; GOUVEA, 2017).

Conceitualmente, o conjunto dos números complexos é definido como $\mathbb{C} = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$, onde a representa a parte real e b a parte imaginária do número (DANTE, 2019). As operações de soma, multiplicação, conjugação e cálculo do módulo são fundamentais para diversas aplicações, que abrangem áreas como a engenharia elétrica, onde a análise de circuitos se utiliza da representação complexa de sinais, até a física quântica e a teoria dos sistemas dinâmicos (GOUVEA, 2017).

O ensino dos números complexos encontra na sua geometria uma importante possibilidade para o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que a representação no plano permite uma compreensão visual e intuitiva de conceitos abstratos, como a multiplicação que equivale a rotações e escalamentos (DANTE, 2019). Tal abordagem pode auxiliar os estudantes a desenvolverem raciocínio espacial e conectar a teoria algébrica a situações concretas, facilitando o entendimento e a fixação do conteúdo.

Além disso, o conjunto dos números complexos compreende subdivisões essenciais para o

aprofundamento do conhecimento, tais como os números reais, que são aqueles em que a parte imaginária é zero, e os números imaginários puros, em que a parte real é nula. Também se destacam categorias mais específicas, como os números algébricos e transcendentais dentro do universo complexo, o que contribui para o entendimento da estrutura e hierarquia numérica (GOUVEA, 2017).

No contexto do ensino de matemática, a linguagem matemática — com seu simbolismo e algebrismo — é fundamental para a comunicação e a construção do conhecimento, mas apresenta desafios para os alunos, que frequentemente encontram dificuldade na abstração e na compreensão do simbolismo matemático. A rotina de práticas e exercícios é necessária para a consolidação do raciocínio algébrico, porém é crucial que essa rotina seja enriquecida com estratégias que contextualizem e deem significado ao simbolismo (SAUNDERS, 2016).

As Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) têm desempenhado um papel transformador no ensino da matemática, promovendo a interatividade e a visualização dinâmica dos conceitos. Softwares como o GeoGebra são especialmente relevantes, pois integram geometria, álgebra e cálculo, permitindo que estudantes experimentem e manipulem representações gráficas em tempo real, o que favorece a compreensão e o engajamento no estudo dos números complexos (KENNEDY, 2018; MORGAN, 2020).

Portanto, a articulação entre os conceitos históricos, teóricos e as tecnologias educacionais revela-se essencial para o desenvolvimento do saber matemático contemporâneo, permitindo que o ensino dos números complexos seja mais acessível, significativo e alinhado às necessidades dos estudantes do século XXI.

RELATO DE EXPERIÊNCIA:

GEOGEBRA SENDO APLICADO AO ENSINO MÉDIO

Euclides fora o precursor em formalizar e organizar as ideias da geometria, no qual as proposições possuem caráter lógico-dedutivo de modo simples. Em sua mais famosa obra “Elementos”, reuniu basicamente todo o conteúdo de Matemática da época, composto por 13 livros com 465 proposições. Durante quase dois mil anos, a Geometria Euclidiana fora considerada a única possível, porém o quinto postulado fora questionado por muitos matemáticos que tentavam negá-lo, pois possuía uma redação complexa e pouco intuitiva. Inúmeras foram as tentativas e vários postulados equivalentes surgiram como resultado. A história mostra as tentativas em transformar o quinto postulado em um teorema, porém destas tentativas originou-se o desenvolvimento da geometria hiperbólica, onde Gauss, Bolyai e Lobachewky desenvolveram ao mesmo tempo suas teorias embora Lobachewsky fora o primeiro a publicar seus trabalhos.

Infelizmente não consta nos documentos oficiais (PCN e outros), e nas ementas do ensino médio o assunto Geometrias Não-Euclidianas na Educação Básica. Temos então, um desafio de propor novos conhecimentos geométricos no contexto da Educação Matemática, sendo importante que nós professores reflitamos e incentivamos nossos alunos a refletirem sobre certos conceitos matemáticos.

Assim, elaboramos uma sequência de atividades que auxiliaram a participação dos alunos, proporcionando a análise dos parâmetros, no estudo de funções e tópicos de geometria plana, com o apoio do software. Esta pesquisa foi desenvolvida na Escola de Ensino Médio EEEM “Juraci Machado”, situada em Serra -ES. No determinado período de maio a julho (2018).

Com base na atividade da dissertação de RIBEIRO (2013), apresentamos as atividades em formato de minicurso dos quais foram desenvolvidos em dois momentos, sendo que, no primeiro momento trabalhamos a parte histórica e no segundo momento trabalhamos a construção das ferramentas hiperbólicas e o desenvolvimento das atividades utilizando o software Geogebra.

Durante o decorrer do minicurso os alunos foram provocados a comparar as geometrias, pois desta forma acreditamos que a compreensão dos conceitos iniciais da geometria hiperbólica, contrapostos aos da geometria euclidiana, pode ajudar os alunos na construção do pensamento geométrico.

Dentre as diversas tarefas propostas iremos expor algumas para apresentar, bem como o desenvolvimento dos alunos e análise das mesmas. Inicialmente descrevemos algumas ferramentas do software e realizamos um debate sobre os comandos do software e sobre plano cartesiano com êxito. Para as atividades de funções assim como as de geometria, foram selecionados aleatoriamente 10 alunos ensino médio do turno matutino. Estes trabalharam em duplas visando assim uma maior abrangência na troca de informações, numa atividade colaborativa.

Os alunos se mostraram interessados e vislumbrados com as construções hiperbólicas feitas no Geogebra, uma vez que com esse minicurso mostramos a eles que a Geometria Euclidiana² não é a única geometria existente. Durante a apresentação do minicurso ampliamos o horizonte dos alunos no que tange à geometria, uma vez que os mesmos têm o conhecimento advindo do ensino básico somente sobre a geometria euclidiana. Conhecendo uma nova geometria eles se mostraram em um primeiro momento desconfiados, uma vez que o assunto apresentado no minicurso contrariava tudo que já sabiam, e logo, diante disso, realizaram diversos questionamentos. Após perceberem que estavam diante de uma nova geometria e que tinham que “perder” a visão Euclidiana naquele momento, mergulharam nas atividades e o minicurso se desenvolveu da melhor maneira possível.

O ENSINO-APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS COMPLEXOS NA EEEFM “JURACI MACHADO”

² Geometria euclidiana é a geometria, em duas e três dimensões, baseada nos postulados de Euclides de Alexandria.

A E.E.E.F.M. “Professora Juraci Machado” fundamenta-se em preceitos filosóficos, pedagógicos e políticos no processo educativo pertinentes ao compromisso assumido com a comunidade escolar na formação cidadã de seus alunos. A Proposta Pedagógica da escola tem como Eixo Norteador: Aprender a aprender; Valores: respeito, solidariedade, disciplina, coletividade; Trabalho unificado-coletivo; criar para humanizar e compromisso.

- NOME DA INSTITUIÇÃO: EEEFM “Professora Juraci Machado”
- ENDEREÇO: Av. Santarém, s/nº, Bairro Barcelona, Cidade Serra/ES.
- CEP: 29.166-400
- TELEFONE: (27)3341-2179 Fax: (27)3341-0279
- E-mail: escolajuracymachado@sedues.gov.br
- MANTENEDORA: Governo Estadual
- NÚMERO DE FUNCIONÁRIOS: 105 funcionários
- PROFESSORES: 81
- DIRETORES: 01
- COORDENADORES: 03
- ORIENTADORES EDUCACIONAIS: 03
- SUPERVISORES EDUCACIONAIS: 01
- SERVIÇOS GERAIS: 10
- SECRETÁRIO: 02
- OUTROS PROFISSIONAIS: 08
- EQUIPE TÉCNICO-PEDAGÓGICA: 03
- ALUNOS: 1.987
- TURNOS: 03
- ORGANOGRAMA DA INSTITUIÇÃO: em anexo
- RECURSOS FINANCEIROS: Estatal
- CONTRATAÇÃO DE PESSOAL: Estado

A E.E.E.F.M. “Professora Juraci Machado” fundamenta-se em preceitos filosóficos, pedagógicos e políticos no processo educativo pertinentes ao compromisso assumido com a comunidade escolar na formação cidadã de seus alunos. A Proposta Pedagógica da escola tem como Eixo Norteador: Aprender a aprender; Valores: respeito, solidariedade, disciplina, coletividade; Trabalho unificado-coletivo; criar para humanizar e compromisso.

Todos entendem a importância do trabalho com conteúdos, pois essa deve ser a função primordial da escola, mas, conteúdos que sejam significativos, que façam sentido para o aluno, que se converta em conhecimento efetivamente apreendido, que os alunos e professores façam deste conhecimento uma forma de representar, analisar, interpretar e descrever a realidade, de relacionar esse conhecimento com a vida, com fatos sociais, com fenômenos da natureza e com as exigências e as demandas da sociedade.

Deve-se, pois, superar a educação voltada unicamente para o “ter”, buscando contemplar a dimensão do “ser”, do ser humano em sua totalidade, atendendo assim às diversas dimensões e necessidades da vida humana, como social, cultural, política e econômica.

A Escola tem como missão o compromisso com o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual, pensamento crítico, domínio do conhecimento de forma a desenvolver competências complexas e múltiplas e se constituir cidadão, tornando-se efetivamente sujeito da história. Assim sendo, a Escola Juraci Machado tem como base as concepções dos teóricos: Paulo Freire, Vygotsky e Saviani, pois todos são unânimes no resgate do homem para a vida cidadã.

Paulo Freire que nos enriquece com sua proposta de construção e realização do homem que, mesmo na adversidade, interfere na própria história.

[...] Na obra de Paulo Freire, “O homem é o sujeito da educação e, apesar de um grande ênfase no sujeito, evidencia-se uma tendência interacionista, já que a interação homem-mundo, sujeito-objeto é imprescindível para que o ser humano se desenvolva e se torne sujeito de sua práxis” [...] (MIZUKAMI, 1986, p.86)

O homem chegará a ser sujeito refletindo sobre seu ambiente concreto. Baseada nos estudos de Paulo

Freire a escola busca na pedagogia progressista a teoria dialética do conhecimento, refletindo a prática e retornando a ela para transformá-la. Educador e Educando aprendem juntos numa relação dinâmica na qual a prática, orientada pela teoria, reorienta esta teoria, num processo de constante aperfeiçoamento.

Em Vygotsky (1991) nos baseamos em sua abordagem sociocultural que contribui com uma visão social do desenvolvimento do homem, a leitura do mundo exterior em que vive, seu crescimento e desenvolvimento como fruto do meio. Na visão sociocultural proposta por Vygotsky (1991), as mudanças ocorridas no indivíduo estão ligadas à sua interação com a cultura e a história da qual ele faz parte. Por isso o aprendizado envolve a interação com outros indivíduos e a interferência direta ou indireta deles.

A teoria sociocultural busca investigar o sujeito a partir de sua experiência com o mundo que o rodeia. Onde se dá a construção do indivíduo por meio do contato com as produções culturais do grupo social ao qual pertence que o indivíduo adquirirá sua compreensão de mundo. Vygotsky (1991) define a zona de desenvolvimento proximal como sendo o caminho que o indivíduo vai percorrer para desenvolver funções que estão em processo de amadurecimento e que, com ajuda do outro, tornar-se-ão conseqüentemente, funções consolidadas e estabelecidas no nível de desenvolvimento real.

Sob a ótica na educação a intervenção do professor é fundamental no processo de construção do conhecimento, como alguém que possui mais experiência, assim como as trocas entre as crianças.

É tarefa dos educadores compreenderem um novo momento histórico social e político em que vivemos conceber e entender que a educação é um ato eminentemente político e que cabe à escola a tarefa de realizar esse ato político o qual, entendido como “ato de produzir”, direta e indiretamente, em que cada indivíduo singular a humanidade que é produzida histórica e coletivamente pelo

conjunto dos homens” [...]. (SAVIANI, 2000, p.44).

É por meio da escola que se envolve e estimula a educação transformadora, através de seu dinamismo em renovar, inovar e experimentar o saber, que não deve ser pronto e nem estático. O papel da escola como agente de transformação é ampliar a liberdade e a compreensão do mundo de cada cidadão.

A organização curricular ocorre em totalidades 1, 2, 3, 4, 5 e 6 correspondentes ao Ensino Fundamental em Alfabetização e Pós-Alfabetização assim distribuída:

Totalidade 1 refere-se à 1ª e 2ª série;

- Totalidade 2 refere-se à 3ª e 4ª série;
- Totalidade 3 refere-se à 5ª série;
- Totalidade 4 refere-se à 6ª série;
- Totalidade 5 refere-se à 7ª série;
- Totalidade 6 refere-se à 8ª série.

Cada totalidade envolve as seguintes Áreas de conhecimento:

Sociolinguística: São conhecimentos que envolvem diferentes linguagens e discursos, possibilitando reflexões na relação com a comunidade e a interação com os modos de expressão. A área sociolinguística deve integrar os componentes curriculares da Língua Portuguesa e Estrangeira, da Educação Artística e da Educação Física;

Sócio-histórica: São conhecimentos que envolvem a diversidade cultural, a construção e transformação da realidade social, política e econômica. A área sóciohistórica mantém a unidade dos componentes curriculares da Geografia, da **História e do Ensino Religioso**;

Sócio - científica: Envolve conhecimentos referentes aos componentes curriculares de Ciências e Matemática do Ensino Fundamental.

A Escola pode ainda aos alunos, em todos componentes curriculares adequar às áreas de conhecimento, as características dos alunos considerando suas necessidades valorizando momentos

de aprendizagem de acordo com e sua atuação no mercado de trabalho.

A Escola tem seus aspectos Filosóficos implícitos em todos os procedimentos pedagógicos e os professores devem ter clareza em relação a sua conduta com os alunos, sabendo as razões de estar agindo desta forma durante as atividades em sala de aula.

Por estar à filosofia da escola direcionada para a formação do homem crítico criador e atuante na sociedade em que vive, faz-se necessário preparar o indivíduo, para que de posse do conhecimento sobre as condições sociais de suas próprias funções, distinga o que os outros estão fazendo e o que ele deve fazer. Isso só aconteceu sobre essas atividades e sobre a realidade da qual vai fazer crítica. Embasados no ideal pedagógico que busca para o mundo em transformação, temos procurando desenvolver um trabalho que:

- Prioriza o homem em busca do saber universal, crítico criativo capaz de transformar a sociedade;
- Converte o educando em sujeito em seu próprio desenvolvimento.
- É inspirada em uma escola dinâmica, ativa, alegre que oportunize a aprendizagem;
- Dá importância à liberdade de expressão no processo de formação do homem democrático;
- Visa o resgate da concepção ecológica homem / natureza;
- Seja articuladora usando canais de comunicação de ensino e esferas administrativas dentro de sua competência e / ou instâncias.

A prática da educação de jovens e adultos deve se organizar de modo que os mesmos desenvolvam as seguintes capacidades: desenvolver uma imagem positiva de si, atuando de forma cada vez mais independente.

Em concepção sistemática de avaliação, a observação das formas de expressão desses jovens e adultos, de suas capacidades de concentração e envolvimento nas atividades, de satisfação com sua

própria produção e com suas pequenas conquistas é um instrumento de acompanhamento do trabalho pedagógico que poderá ajudar na avaliação e no planejamento da ação educativa.

O processo avaliativo reveste-se, assim, das características de um processo de investigação, de pesquisa, que vise às transformações, perdendo a conotação de mensuração, de julgamento, que leva às classificações. A avaliação só tem sentido se ver como ponto de partida e chegada o processo pedagógico para que, identificadas as causas do sucesso e do fracasso, sejam estabelecidas estratégias de enfrentamento para cada situação. Sendo assim, a avaliação é contínua, onde o aluno será observado a partir de suas produções individuais e coletivas, também com relação a atitudes tomadas diante de situações cotidianas.

ANÁLISE COMPARATIVA DA PROPOSTA CURRICULAR ESCOLAR COM A PROPOSTA DO PCN

Em 1831, no livro Teoria dos Resíduos Quadráticos, Gauss fez a seguinte declaração:

Fazia muito tempo que as quantidades imaginárias estavam baseadas na ficção, não sendo plenamente aceitas na matemática e vistas como uma coisa a ser tolerada; elas estavam longe de ter o mesmo status que as quantidades reais. Agora não há mais justificativa para tal discriminação, uma vez que a metafísica dos números imaginários está plenamente esclarecida, e que provou que eles têm um significado tão real quanto o dos números negativos.

Partindo desse pressuposto, procurou-se saber mais acerca das transformações e adequações aos números complexos. Para tal observação realizou-se uma análise da proposta curricular do 3º ano do Ensino Médio da EEEFM “Juraci Machado”. Abaixo é apresentada uma

proposta curricular similar a da instituição de ensino. Com base nessa proposta uma análise será feita afim de demonstrar eventuais déficits no currículo comparando-o com os PCN.

Conforme o MEC, a proposta de educação visa ampliar as oportunidades de aprendizagem das crianças e dos adolescentes, promovendo o desenvolvimento em todas as suas dimensões, o bom desempenho escolar e o desenvolvimento de valores e atitudes de convívio democrático. Isso significa propiciar aprendizagens para expandir o seu repertório cultural, por meio do acesso e da fruição de bens culturais aos quais, de modo geral, não têm acesso e que são importantes para sua formação, permitindo-lhes entender e movimentar-se em diferentes contextos sociais.

O conjunto dos números complexos é um conteúdo matemático opcional do eixo estruturador Álgebra³, constante Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+)⁹ do Ensino Médio. Assim, embora os números complexos sejam tradicionalmente reconhecidos como conteúdo curricular escolar, eles fazem parte da “parte flexível” do mesmo, sendo considerado um conteúdo opcional, cuja distribuição ao longo dos três períodos do Ensino Médio não consta na proposta (BRASIL, 2007, p.22).

Números reais e, só eventualmente, deverá ser feita a abordagem os números complexos e das funções e equações de variáveis reais (BRASIL, 2007, p.20).⁹ Estabelecendo os temas que estruturam o ensino disciplinar em cada área por meio de uma série de sugestões de práticas educativas e de organização curricular, esse documento objetiva facilitar a organização do trabalho escolar.

PROPOSTA CURRICULAR EEEFM “JURACI MACHADO”. ANO LETIVO 2018 (3º ANO ENSINO MÉDIO)

complexos encontram-se inseridos no eixo da Álgebra, cuja orientação é abordar o conjunto numérico dos

³ De acordo com os PCN, dentre os três eixos estruturadores do conteúdo curricular escolar da disciplina de Matemática (Álgebra, Geometria e medidas e Análise de dados), os números

A proposta curricular da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio “Juraci Machado”, para o 3º ano do Ensino Médio no ano letivo de 2018, contempla uma ampla gama de conteúdos estruturantes organizados em três grandes eixos: Tratamento da Informação, Geometrias e Números e Álgebra. A organização pedagógica fundamenta-se nos princípios dos Parâmetros Curriculares Nacionais, com foco no desenvolvimento de competências e habilidades essenciais para a formação integral do aluno.

No eixo de **Tratamento da Informação**, os conteúdos básicos abrangem Estatística e Matemática Financeira. Em Estatística, a proposta visa desenvolver a capacidade de leitura e interpretação de diferentes linguagens e representações, resolução de problemas com dados em tabelas e gráficos, associação entre listas e representações visuais, além do cálculo de medidas de tendência central e de dispersão. Espera-se também que os alunos sejam capazes de avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos estatísticos. Já em Matemática Financeira, os estudantes devem ser capazes de resolver problemas relacionados à variação proporcional (direta e inversa), porcentagens, juros simples e compostos, além de compreender aumentos sucessivos e descontos.

No eixo **Geometrias**, são trabalhadas as Geometrias Analítica e Não-Euclidiana. A Geometria Analítica inclui a identificação de pontos no plano cartesiano, determinação de equações de retas, interpretação geométrica de coeficientes, resolução de sistemas de equações, bem como o reconhecimento de equações que representam circunferências. Por sua vez, a Geometria Não-Euclidiana é apresentada como uma necessidade para a ampliação da compreensão de conceitos geométricos, especialmente ao considerar planos distintos daquele proposto por Euclides.

No eixo **Números e Álgebra**, os conteúdos envolvem Números Complexos, Polinômios e Funções

Polinomiais. Os objetivos dessa etapa curricular são ampliar o conhecimento sobre os conjuntos numéricos e sua aplicabilidade em diferentes contextos, bem como promover a compreensão e aplicação das operações com números complexos. Além disso, os alunos devem identificar e realizar operações com polinômios, consolidando a base algébrica necessária para o desenvolvimento de funções mais complexas.

Apesar da proposta curricular ser bem estruturada e contemplar os principais conteúdos exigidos para a formação matemática dos estudantes, observa-se na prática pedagógica uma discrepância entre o previsto e o efetivamente trabalhado em sala de aula. Fatores como a carga horária reduzida, a ausência de formação continuada para professores e as dificuldades de infraestrutura impactam diretamente na aplicação plena do currículo. Muitas vezes, os conteúdos são abordados de forma superficial ou parcial, comprometendo o desenvolvimento das habilidades esperadas.

Em sequência, analisou-se a proposta imposta pelos Parâmetros Curriculares Nacionais. Contudo, percebe-se que os quantitativos de matérias são extremamente superiores ao que realmente se é aplicado conforme a Instituição em análise. Essa discrepância entre o proposto e o praticado evidencia a necessidade de adaptação do currículo à realidade concreta das escolas, priorizando a efetividade da aprendizagem e o aproveitamento significativo do tempo e dos recursos disponíveis.

TABELA 1: Proposta de conteúdos propostos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais

3º ANO DO ENSINO MÉDIO (12º ANO)

CAMPOS OU EIXOS	CONTEÚDOS	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM - 1º BIMESTRE
GEOMETRIA	Leis do seno e cosseno	Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
	Projeções ortogonais	Representar projeções ortogonais sobre um plano.
	Figuras poligonais e coordenadas de vértices	Identificar figuras poligonais por meio das coordenadas de seus vértices.
	Distância entre dois pontos	Resolver e elaborar problemas envolvendo a distância entre dois pontos do plano cartesiano.
	Equação da reta	Associar uma reta representada no plano cartesiano a sua representação algébrica e vice-versa.
ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE	Etapas de uma pesquisa	Realizar uma pesquisa considerando todas as suas etapas (planejamento, seleção de amostras, elaboração e aplicação de instrumentos de coleta, organização e representação dos dados, interpretação, análise crítica e divulgação dos resultados).
ÁLGEBRA E FUNÇÕES	Análise de gráficos com base em contextos *POLINÔMIOS E EQUAÇÕES ALGÉBRICAS Função polinomial. Valor numérico de um polinômio. Igualdade de Polinômios. Operações com polinômios. Equações polinomiais. Teorema fundamental da álgebra. Decomposição de fatores de primeiro grau. Relações de Girard	Construir e/ou analisar gráficos associados a uma situação do mundo natural ou social. * Capacidade de relacionar e aplicar o conhecimento desenvolvido acerca de polinômios em situações problema. Efetuar operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) com polinômios. Tomar decisões diante de situações – problema, argumentando com base na interpretação das informações e nos conhecimentos sobre polinômios. Determinar o conjunto solução de equações polinomiais.
	Domínio de validades das funções	Identificar o domínio de validade e situações de continuidade e descontinuidade das diferentes funções.
ÁLGEBRA E FUNÇÕES	Transformações do gráfico a partir das alterações dos parâmetros	Reconhecer as transformações sofridas pelos gráficos das funções lineares, quadráticas e exponenciais em função da variação dos parâmetros, preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.
GRANDEZAS E MEDIDAS	Princípio de Cavalieri	Compreender o princípio de Cavalieri e utilizá-lo para estabelecer as fórmulas para o cálculo da medida do volume de alguns sólidos geométricos (cilindro, prisma, pirâmide, cone e esfera).
NÚMEROS E OPERAÇÕES	Porcentagem * NÚMEROS COMPLEXOS O conjunto dos números complexos. Forma Algébrica dos Números complexos. Representação geométrica de números complexos. Conjugado de um número complexo. Operações com números complexos na forma algébrica. Módulo de um número complexo. Forma trigonométrica dos números complexos. Operações com números complexos na forma trigonométrica.	Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagem, incluindo cálculo de acréscimos e decréscimos, determinação de taxa percentual, e porcentagem de porcentagem. * Dominar as propriedades dos números complexos e suas representações, na forma algébrica, gráfica e trigonométrica e capacidade para resolver problemas que os envolva. Utilizar a definição de números complexos na resolução de equações. Interpretar nas formas algébrica e trigonométrica as operações com números complexos.

3º ANO DO ENSINO MÉDIO (12º ANO)

CAMPOS OU EIXOS	CONTEÚDOS	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM - 2º BIMESTRE
GEOMETRIA	Equação da reta * Forma reduzida da equação da reta. Forma segmentaria da equação da reta. Equações paramétricas da reta. Distância entre ponto e reta. Distância entre duas retas paralelas. Ângulo formado por duas retas. Área da região triangular.	Reconhecer o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta. * Dominar a aplicação dos conhecimentos de geometria analítica na resolução de problemas. Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta. Identificar a equação de uma reta apresentada a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação. Relacionar a determinação do ponto de interseção de duas ou mais retas com a resolução de um sistema de equações com duas incógnitas. Resolver Sistemas de Equações e Inequações do segundo grau a duas variáveis, tanto algébrica quanto graficamente.
	Posição relativa de duas retas	Associar os coeficientes de retas (paralelas, perpendiculares e oblíquas) às suas representações geométricas e vice-versa.
	Equação da circunferência * Posições relativas entre ponto e circunferência. Posições relativas entre reta e circunferência. Posições relativas entre duas circunferências.	Associar a equação de uma circunferência a sua representação no plano cartesiano. * Dominar a aplicação dos conhecimentos de geometria analítica na resolução de problemas. Reconhecer, entre as equações de 2º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências. Determinar as equações reduzida e geral da circunferência. Determinar as posições relativas da circunferência em relação a ponto, reta e outra circunferência.
ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE	Construção de tabelas e gráficos	Construir tabelas e gráficos de diferentes tipos (barras, colunas, setores e gráficos de linha, histograma), preferencialmente utilizando recursos tecnológicos.
	Problemas com tabelas e gráficos	Resolver e elaborar problema que envolva a interpretação de tabelas e gráficos de diferentes tipos.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE	Tabelas	Organizar tabelas com dados numéricos agrupados ou não agrupados.
ÁLGEBRA E FUNÇÕES	Equação do 2º grau	Determinar as raízes de uma equação do segundo grau por fatoração, pelo método de completar quadrados ou utilizando a fórmula de Bhaskara.
	Função seno e suas representações	Relacionar a representação algébrica com a representação gráfica da função seno.
	Transformações do gráfico a partir das alterações do parâmetro	Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função seno com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica (por exemplo, utilizando um software, verificar as alterações no período da função quando se modifica o parâmetro a na expressão $y = \sin(ax)$).
GRANDEZAS E MEDIDAS	Princípio de Cavalieri	Compreender o princípio de Cavalieri e utilizá-lo para estabelecer as fórmulas para o cálculo da medida do volume de alguns sólidos geométricos (cilindro, prisma, pirâmide, cone e esfera).
NÚMEROS E OPERAÇÕES	Permutação	Resolver e elaborar problemas de combinatória envolvendo a ideia de permutação (estratégias básicas de contagem).

3º ANO DO ENSINO MÉDIO (12º ANO)

CAMPOS OU EIXOS	CONTEÚDOS	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM - 3º BIMESTRE
GEOMETRIA	Vetor * GEOMETRIA ANALÍTICA: SECCÕES CÔNICAS Parábola. Elipse. Hipérbole.	Compreender o conceito de vetor, tanto do ponto de vista geométrico (coleção de segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido) quanto do ponto de vista algébrico (caracterizado por suas coordenadas). * Dominar a aplicação dos conhecimentos de geometria analítica na resolução de problemas. Encontrar as equações das cônicas (parábola, elipse e hipérbole). Resolver sistemas de equações e inequações do segundo grau a duas variáveis, tanto algébrica quanto graficamente.
ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE	Probabilidade da união e da interseção de eventos	Determinar a probabilidade da união e da interseção de eventos.
	Probabilidade condicional	Determinar a probabilidade condicional.

ÁLGEBRA E FUNÇÕES	Função cosseno e suas representações	Relacionar a representação algébrica com a representação gráfica da função cosseno.
	Transformações do gráfico a partir das alterações do parâmetro	Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função cosseno com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica (por exemplo, utilizando um software, verificar as alterações no período da função quando se modifica o parâmetro a na expressão $y = \cos(ax)$).
GRANDEZAS E MEDIDAS	Volume	Resolver e elaborar problemas de cálculo da medida do volume de alguns sólidos geométricos (cilindro, prisma, pirâmide, cone e esfera).
NÚMEROS E OPERAÇÕES	Combinação	Resolver e elaborar problemas de combinatória envolvendo a ideia de combinação.
	Arranjo	Resolver e elaborar problemas de combinatória envolvendo a ideia de arranjo.

3º ANO DO ENSINO MÉDIO (12º ANO)		
CAMPOS OU EIXOS	CONTEÚDOS	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM - 4º BIMESTRE
GEOMETRIA	Operações com vetor	Relacionar as operações realizadas com as coordenadas de um vetor (soma e multiplicação por um escalar) com sua representação geométrica.
ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE	Medidas de tendência central	Calcular e interpretar medidas de tendência central (média, moda, mediana e quartil) para um conjunto de dados numéricos agrupados ou não agrupados.
	Medidas de dispersão	Calcular e interpretar medidas de dispersão (amplitude, desvio médio, variância e desvio padrão) para um conjunto de dados numéricos agrupados ou não agrupados.
ÁLGEBRA E FUNÇÕES	Relação entre as funções trigonométricas e o Movimento Circular	Reconhecer as funções trigonométricas como modelos para o movimento circular.
GRANDEZAS E MEDIDAS	Volume	Resolver e elaborar problemas de cálculo da medida do volume de alguns sólidos geométricos (cilindro, prisma, pirâmide, cone e esfera).
NÚMEROS E OPERAÇÕES	Proporcionalidade	Resolver e elaborar problemas envolvendo proporcionalidade, incluindo duas ou mais grandezas direta e/ou inversamente proporcionais.

FONTE: PCN (2018)

Percebemos inicialmente que a proposta curricular dos PCN para 3º ano do Ensino Médio é bem mais elaborada e detalhada do que a da EEEFM “Juraci Machado”, havendo uma organização importante dos conteúdos sistematizando-os em eixos ou campos. Também, há o detalhamento das expectativas de aprendizagem para cada campo/eixo, que em geral são precisas, detalhadas e bastante efetivas, caso se queira utilizá-las como parâmetro avaliar a aprendizagem do aluno ou o processo ensino-aprendizagem em si. Além disso, a proposta curricular do PCN permite uma melhor preparação das aulas, pois além estabelece um cronograma bimestral, sugerindo quais tópicos de cada conteúdo de cada eixo/campo podem ser trabalhados em cada bimestre letivo. Na proposta da EEEFM “Juraci

Machado”, os conteúdos estruturantes agregam uma quantidade maior e diversa de conteúdos, sem detalhar os tópicos de cada conteúdo que devem ser trabalhados, nem quando devem ser abordados, pois não estabelece nenhuma espécie de cronograma ou sequência programática de conteúdos. Da mesma forma, os objetivos estabelecidos para o ensino-aprendizagem dos conteúdos são bem gerais e parecem estar voltados para servirem de parâmetro amplo para o professor avaliar a aprendizagem ou o ensino-aprendizado.

No que se refere ao conteúdo dos números complexos na a proposta curricular do PCN, ele aparece no eixo/campo números/operações como um conteúdo que deveria ser trabalhado no segundo bimestre. Há uma vasta lista de tópicos que deveriam ser abordados ao se

trabalhar esse conteúdo em sala de aula. As expectativas do PCN em relação a esse conteúdo é que o aluno não só consiga utilizar a definição de números complexos na resolução de equações, mas também consiga interpretar operações envolvendo esses números algébrica e trigonometricamente, além de dominar as propriedades e representações (algébricas, gráficas e trigonométricas) dos números complexos. Assim, o PCN espera que os alunos consigam articular os números complexos com outros campos e linguagens da Matemática. Contudo, não há nenhuma preocupação com a história dos números complexos, nem em fazer a menção da sua aplicabilidade prática ou da sua importância para outras áreas científicas e tecnológicas, o que pode fazer com que o conteúdo se torne ainda mais abstrato e distante da realidade sociocultural dos educandos.

Avaliamos que a quantidade de tópicos relacionados aos números complexos sugeridos pela proposta curricular é grande em relação ao tempo estabelecido em seu cronograma, já que no segundo bimestre a proposta também sugere o estudo do tema porcentagem no mesmo bimestre que, por sua vez, é um tema que geralmente atrai mais a atenção dos alunos devido a sua maior aplicabilidade na prática cotidiana. Como a maioria dos tópicos sugeridos envolve um elevado grau de abstração e, consequentemente, tende a ser desinteressante para os alunos, sugerimos que o professor escolha os tópicos que se articulem melhor com outras campos da matemática, especialmente com aqueles que os alunos já possuem conhecimento prévio.

Na proposta curricular da EEEFM “Juraci Machado”, juntamente com os polinômios o tema dos números complexos consiste em um conteúdo básico a ser trabalhado no 3º ano do Ensino Médio dentro do conteúdo estruturante Números e Álgebra. Um dos parâmetros para a avaliação é que o aluno amplie o seu conhecimento sobre conjuntos numéricos e utilize-o em diferentes contextos, o que é um parâmetro bem genérico e de fácil consecução já que o conjunto de números complexos será apresentado aos alunos nesse

período letivo, embora se preocupe com a aplicabilidade do conteúdo.

O outro é que o aluno compreenda os números complexos e as suas operações, o que, mais uma vez, dependerá de grande capacidade de abstração do aluno e, consequentemente, da capacidade do professor de tornar o assunto interessante. Isso dependerá da forma como o professor abordará o assunto, se ele vai tentar contextualizá-lo historicamente mostrando ao aluno como o conceito surgiu e evoluiu e qual a sua contribuição atual para a ciência e a tecnologia, além da forma como o mesmo pode ser articulado com outros campos e linguagens da Matemática, o que permitiria ao aluno perceber a utilidade do assunto, mesmo que não tenha para ele uma aplicabilidade prática direta.

Mesmo que a proposta curricular da referida escola estabeleça os números complexos como um conteúdo básico a ser trabalhado no 3º ano do Ensino Médio e, indiretamente, que os tópicos do conjunto e das operações envolvendo esse tipo de número devem ser abordados, ela não estabelece quando nem quanto do conteúdo deve ser estudado, tão pouco define a profundidade da sua abordagem. Dessa maneira, fica essa escolha cargo do professor e, muito frequentemente levando em conta a sequência e o texto do livro didático.

No caso das aulas de Matemática sobre números complexos no 3º ano do Ensino Médio da EEEFM “Juraci Machado”, constatou-se por meio de observação não participante, que a docente seguiu a sequência de conteúdos do livro didático adotado pela escola e esse livro, juntamente com o seu respectivo, Manual do Professor consistiu no seu principal instrumento didático utilizado em sala de aula para o ensino do referido conteúdo e também foi de grande ajuda na sua preparação das aulas sobre o assunto.

A ADOÇÃO E O USO DO LIVRO DIDÁTICO NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Desde meados do século XX, os livros didáticos são considerados as principais fontes de pesquisa para preparo das aulas pelos professores. Eles passaram a ocupar o papel central entre os instrumentos pedagógicos utilizados em sala de aula, tornando-se essencial para o ensino-aprendizagem, melhor dizendo, para professores e alunos (AZEVEDO, 2005, p.5)

Os livros didáticos configuram-se como importantes materiais na prática pedagógica por oferecem ao professor: uma organização dos conteúdos curriculares, um modelo didático de trabalho dos mesmos, atividades didáticas para os alunos, além de fornecerem um manual ao professor. Assim, o livro didático “clareia” uma parte significativa da atividade diária do profissional docente, auxiliando didaticamente nas ações curriculares que devem ser desenvolvidas em sala de aula. Dessa forma, o livro didático pode ser considerado, em muitas situações, como um mediador entre o currículo prescrito e o prático, muitas vezes determinando o que é ensinado independentemente das diretrizes governamentais ou planejamentos docentes (DIAZ, 2011, p.615).

Constatamos na literatura que o livro didático frequentemente contribui para as práticas não recomendadas supramencionadas, como é o caso do algebrismo.

Ainda, em relação aos livros-texto de matemática, geralmente são estruturados com uma série de exercícios propostos, repetitivos, sem conexões com situações reais, cujas resoluções não levam a posterior identificação e aplicação dos mesmos, para solucionar problemas reais. Utilizar mais de um livro didático pouco contribui, pois geralmente são estruturados de forma semelhante. Cabe ressaltar, que mesmo não sendo o foco deste texto, sabe-se que, no caso dos livros didáticos, além dos aspectos social, político e cultural, deve-se considerar as teorias e políticas educacionais da época em que a obra foi elaborada e/ou publicada; devese, pois considerar o contexto em que a mesma foi produzida (DIAS, 2017, p.75).

Além de trabalharem conteúdos e contextos de forma descontextualizada e/ou distante da realidade dos alunos, a desarticulação entre conteúdos também pode ser constatada em diversos livros-textos de matemática.

Nos livros didáticos da Primeira Etapa da Educação Básica, a transição da Aritmética para a Álgebra ocorre de forma brusca pela quantidade excessiva de conteúdos e, geralmente, mais ou menos dois anos depois, o aluno chega ao Ensino Médio, não conseguindo efetuar operações aritméticas básicas, até mesmo com números naturais; identificar se a resolução de um problema requer a operação de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação etc. A Álgebra também não é dominada por uma parcela significativa desse segmento, que não consegue resolver uma simples equação de primeiro grau (DIAS, 2017, p.75).

A linguagem de conjuntos e o simbolismo excessivo, que mais confundem o aluno do que auxiliam na sua aprendizagem, podem ser encontrados ainda hoje nos livros didáticos do Ensino Médio.

No que se refere à adoção do livro didático, também não podemos negligenciar o fato de que há um aumento expressivo na quantidade e na diversidade de alunos em sala de aula. As escolas ainda apresentam uma infraestrutura e uma quantidade de materiais didáticos e uma estrutura de apoio pedagógico que se encontra muito aquém daquele necessário para que o professor possa desempenhar o seu papel no processo de ensino aprendizagem de forma efetiva, eficaz e eficiente.

Ademais, é comum encontrar docentes com uma carga horária de 50, 60 e até mesmo 70 aulas semanais, o que impossibilita uma melhor preparação de aulas, muitas vezes sendo levado a adotar metodologias ineficazes preexistentes e a seguir e adotar um programa de ensino estabelecido em livros didáticos, que nem sempre estão de acordo com a realidade da comunidade escolar (LIMA, 2013, p.VIII). Também não podemos dizer

que a adoção e cumprimento da sequência de conteúdo programado no livro didático se deve exclusivamente à negligência e/ou comodidade do professor. Também devemos cobrar a responsabilidade

[...] das editoras e autores de livros didáticos que acabam sendo os norteadores do que é ensinado. São eles, então, os principais responsáveis por avanços ou não, já que nada mudará sem alterações no livro didático. Em escolas da rede particular e pública, pais, serviço de supervisão pedagógica e os próprios alunos cobram o fiel cumprimento, por parte do professor, dos conteúdos que são contemplados no livro didático (DIAS, 2017, p.79).

Da mesma maneira, embora seja responsabilidade do professor escolher quais conteúdos serão principais e quais serão acessórios, é importante informarmos que, com a tendência de modernizar o currículo, novos conteúdos vão sendo acrescentados aos livros didáticos, sem que conteúdos obsoletos diante de tecnologias como a calculadora eletrônica sejam retirados, muitos dos quais permanecem nos mesmos moldes de centenas de anos atrás. Isso tudo dificulta e limita a capacidade e o tempo do professor em selecionar o conteúdo trabalhado e favorece o seguimento integral da sequência de conteúdos do livro didático (DIAS, 2017, p.80).

Segundo Chagas (2013, p.57), mesmo diante dessas dificuldades, o conteúdo dos números complexos consta no terceiro volume de todas as coleções de livros didáticos aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático – Matemática (PNLD - Matemática) de 2012. O Guia de Livros Didáticos – PNLD 2012 – Matemática esclarece que o referido conteúdo consta, com maior ou menor aprofundamento, em todas as coleções aprovadas.

Da mesma forma, o Guia reitera que a obrigatoriedade do conteúdo não é um consenso entre os educadores, sendo considerado indispensável apenas para aqueles alunos que pretendem seguir profissões

que utilizam modelos matemáticos avançados (engenharias, física, matemática, entre outros). O texto também menciona o fato de que as coleções não articulam os números complexos como geometria no plano e vetores ou com as equações algébricas, as coleções aprovadas não levam isso em consideração (BRASIL, 2012, p.28). Dessa maneira, deduz-se que, quando a aula se baseia principalmente nos livros didáticos, o conjunto dos números complexos é trabalhado de forma desarticulada com outros conteúdos matemáticos, o que pode tornar o tema ainda mais abstrato e distante da realidade dos alunos.

O livro didático adotado pela EEEFM “Juraci Machado” para o 3º ano do Ensino Médio, obviamente, faz parte de uma das coleções aprovadas pelo PNLD e, portanto, apresenta o tema dos números complexos no seu terceiro volume, por meio de um capítulo próprio. Os tópicos apresentados são: história e aplicações (aerodinâmica, engenharia elétrica, operações com vetores no plano, rotação de pontos no plano e resolução de equações polinomiais); forma algébrica; operações na forma algébrica; forma, produto e quociente trigonométrico; potência e representação geométrica.

A justificativa apresentada pelo livro para o estudo dos números complexos relaciona-se à ampliação dos conjuntos numéricos e à resolução de equações polinomiais. Os seus objetivos em relação ao conteúdo consistem em propiciar a compreensão da necessidade matemática desse conjunto de números e a percepção de que o conjunto dos números reais está inserido nele. Também intenta permitir que o aluno efetue operações envolvendo esses números e resolva equações que possuam raízes quadradas que não sejam reais. Por fim visa possibilitar que os alunos identifiquem os números complexos em suas três representações (algébrica, geométrica e trigonométrica).

No manual do professor, a maior parte da seção destinada ao capítulo dos números complexos aborda a resolução de exercícios com alguns comentários sobre

exercícios e tópicos específicos. A seção também mostra algumas demonstrações, além de textos complementares sobre a história desses números.

AMPLIANDO A RELEVÂNCIA DO CONJUNTO DOS NÚMEROS COMPLEXOS EM SALA DE AULA

Nas aulas de Matemática sobre números complexos, ministradas para 3º Ano do Ensino Médio E.E.E.F.M. “Professora Juraci Machado”, que também assistimos por meio de observação não participante, constatamos que os números complexos as aulas seguem a sequência de tópicos de conteúdos do livro didático, sendo que, segundo a docente cerca de 20 dias foram dedicados ao assunto. Na apresentação do livro era apresentada a história e a aplicação dos números didáticos, foi feita a leitura paralela dos textos e, posteriormente a professora aprofundou o assunto das aplicações dos números complexos. Os alunos não manifestaram interesse sobre a história, mas ficaram curiosos acerca das áreas tecnológicas e científicas em que esse conteúdo é utilizado, embora não tão interessados na forma como o mesmo é utilizado nessas áreas. A professora explicou brevemente do que se tratava a aerodinâmica e a engenharia elétrica, principais fontes de curiosidade dos alunos. Foram priorizados o conjunto dos números complexos, operações envolvendo números complexos e resolução de equações que envolvem raízes quadradas de números não reais, assim como as formas algébricas. A representação geométrica e a forma trigonométrica tiveram papel secundário durante o ensino-aprendizagem dos números complexos.

Posteriormente, ela passou para a explicação expositiva do conteúdo, utilizando principalmente o quadro negro para resolver os exemplos e demonstrações do livro. Em geral, as exposições e explicações da professora demoravam cerca de 20 minutos e depois ela propunha que os alunos resolvessem exercícios relacionados. Boa parte dos questionamentos dos alunos e das interações com o

professor sobre o conteúdo se davam durante a correção de exercícios e estavam relacionados ao insucesso de boa parte dos alunos em identificar qual modelo de resolução deveria ser utilizado e, principalmente em aplicá-los. O tema não foi contemplado nas avaliações dos alunos.

Percebemos, portanto, que, ao menos nas aulas observadas, as aulas de Matemática para o 3º Ano do Ensino Médio E.E.E.F.M possuem as características do modelo tradicional de ensino apresentado pela literatura:

- o livro didático é o principal instrumento didático utilizado pelo professor durante as aulas e na sua preparação;
- as aulas são expositivas e os alunos são meros expectadores;
- a linguagem (tanto do professor quanto do livro didático) são demasiadamente simbólicas e abstratas;
- a maioria do tempo de aula é dedicado à resolução de exercícios de fixação onde os alunos devem identificar e aplicar os modelos de resolução apresentados pelo professor ou pelo livro didático.

Como ficou claro no capítulo anterior utilização da resolução de problemas, da história da matemática, de atividades lúdicas e dos avanços tecnológicos em sala de aula foram as quatro principais soluções apresentadas pela literatura revisada para reverter a atual situação do ensino-aprendizagem de matemática em sala de aula. As duas primeiras estariam mais relacionadas à necessidade de possibilitar ao aluno atribuir significado ao conteúdo matemático aprendido em sala de aula e conscientizar-se da sua importância e utilidade no cotidiano da sua realidade sociocultural. Enquanto as suas últimas em sala de aula estão principalmente relacionadas à capacidade de motivar e tornar o processo mais prazeroso e menos monótono e mecânico.

Conforme mencionado anteriormente, a orientação normativa do PCN+ do Ensino Médio pode sugerir erroneamente aos alunos do Ensino Médio que a única aplicação dos números complexos consiste na resolução de equações polinomiais. Da mesma forma,

ela pode induzir o professor a entender que a única parte relevante dos números complexos que deve ser ensinada é a forma algébrica. No entanto, na resolução de situações-problema, as variadas representações envolvidas no conjunto dos números complexos, permitem ao aluno decidir-se pela também utilização da forma geométrica ou trigonométrica e não só pela algébrica (CHAGAS, 2013, p.66).

O estudo dos números complexos também permite ao aluno estabelecer conexões entre esse tema e outros conteúdos da Matemática, podendo por exemplo, as matrizes e os números complexos por meio de operações com pontos no plano (vetores). Dessa maneira, os números complexos permitem a aplicação do conhecimento de forma articulada e integrada, contribuindo para que o aluno desenvolva uma visão sistematizada das diversas linguagens e campos de estudo da Matemática. Por conseguinte, o estudo dos números complexos favorece o desenvolvimento das competências discentes de compreensão e investigação propostas pelo PCN+ (CHAGAS, 2013, p.66).

O estudo da história dos números complexos também contribui para que os alunos desenvolvam outra competência proposta pelo PCN+: a contextualização sociocultural, mostrando que o conhecimento matemático não é fruto de certezas ou de dogmatismo, mas a sua construção consistiu em um longo processo histórico no qual as dúvidas, incertezas, contestações e a sua superação são essenciais para o avanço do conhecimento⁴ (CHAGAS, 2013, p.66).

Por fim, vale a pena citar para os alunos que o estudo dos números complexos contribui para outras áreas da Ciência e da Tecnologia, como a aerodinâmica e a geração de energia. Embora não seja possível aprofundar o detalhamento da forma como se dá contribuição para os alunos, a sua simples menção pode

ajudar para que eles percebam que a Matemática é uma área de conhecimento essencial para o avanço e sustentação de outras áreas e, assim, que ela também contribui para o progresso da humanidade como um todo (CHAGAS, 2013, p.66).

A PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As sequências didáticas são um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa. Organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para a aprendizagem de seus alunos, elas envolvem atividades de aprendizagem e de avaliação.

Uma sequência didática é um conjunto de atividades escolares organizadas, de maneira sistemática, em torno de um gênero oral ou escrito. [...] Quando nos comunicamos, adaptamo-nos à situação de comunicação. [...] Os textos escritos ou orais que produzimos diferenciam-se uns dos outros e isso porque são produzidos em condições diferentes. (ROJO e GLAÍS, 2004, p. 97)

A utilização da sequência didática tem como função primordial a facilitação do entendimento sobre os gêneros textuais. A organização destes, de forma coerente e adequada ao seu destinatário, é pouco abordada em sala de aula, tendo em vista que os educadores não conseguem abrangê-los em sua totalidade, o que, por conseguinte, leva-os a uma abordagem reduzida dos chamados “tipos textuais”: dissertação, narração e descrição. Há, então, grande dificuldade de transmitir para os alunos o conceito e aplicabilidade dos gêneros textuais. Desse modo, o

⁴ De Cardano a Hamilton, o processo de estabelecimento do conjunto de números complexos levou cerca de trezentos anos. Nessa trajetória, além de acompanhar os avanços na Álgebra, esse processo envolveu a necessidade de ruptura com

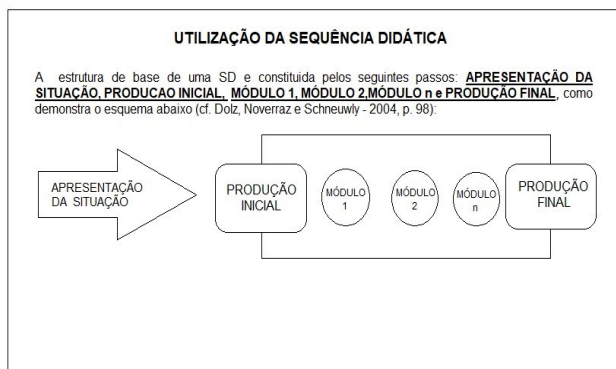
a concepção que atrelava os números às grandezas e a que a geometria deveria ser utilizada na resolução de equações (CHAGAS, 2013, p.83).

procedimento *sequência didática*⁵ é bastante propício, pois ajuda o docente a organizar, coerente e adequadamente, a utilização da língua em sua amplitude.

Observamos que a produção textual, como reflexo da formação do agente produtor de textos, é de grande importância e responsabilidade. Para que tal objetivo seja cumprido eficazmente, o professor tem de estar instrumentalizado acerca dos elementos que são realmente necessários para a formação deste agente, fazendo-o consciente da aplicabilidade dos recursos que delimitam o processo, já que não podemos escrever tal qual falamos. Assim, devemos seguir um sequencial norteador da prática.

Schneuwly e Dolz (2004) desenvolveram uma proposta que engloba aspectos relevantes na construção/ interiorização da escrita processual e exige não um trabalho maçante em volta do texto, mas um conjunto amplo de atividades que visem o texto como unidade de ensino e os gêneros textuais como objetos de ensino.

FIGURA 1: Utilização da Sequência Didática



FONTE: autoria de Estela de Lourdes Lima (2018), baseado em Noverraz e Schneuwly (2004, p.98)

Obedecendo a essa sequência de etapas, cabe esmiuçá-las. Na apresentação inicial, o professor deve munir o aluno de todas as informações referentes à atividade que se pede. Cabe atentar para o destinatário,

de modo a não reduzir a produção textual como destinada somente ao professor. Ele deve simular uma situação real de comunicação em que este gênero irá circular e fazer com que os alunos se posicionem como agentes produtores num contexto concreto. Portanto, nesse momento de apresentação, o professor tem que ser bem claro quanto ao destinatário do texto, a organização geral do gênero (construção composicional, estilo, conteúdo temático) a ser trabalhado, o suporte onde irá circular a produção, o conteúdo e finalidade objetivados.

Logo após essa explanação, através da qual o aluno ficará bem ciente de onde está inserido e para quê, pede-se uma produção inicial que não trará em si o trabalho finalizado, muito menos servirá de quantificador/avaliador do aluno. Trata-se, na verdade, de um importante material a que o professor tem acesso tanto para entender o que não ficou claro na apresentação inicial, quanto para saber as dificuldades de expressão, textualização, observáveis na produção do aprendente. Tendo acesso a este rico sinalizador, o professor irá modelar a sequência didática às necessidades encontradas no aluno através dos módulos. Nesses módulos, poderão ser utilizados exercícios específicos relacionados ao problema encontrado. Na última etapa deste trabalho, pede-se a produção final que apresenta o gênero pronto para “circulação e ação”.

Com base nessa sintética exposição, dois aspectos são essenciais. Primeiro, a atividade de análise textual por parte do professor, nessa proposta, deve priorizar aspectos macrotextuais (contexto comunicativo, situação comunicacional, interlocutor, linguagem adequada, mecanismos de textualização, coesão, coerência etc) e não microestruturais (ortografia, concordância, regência, pronominalização, etc.). Não queremos dizer que o segundo seja de importância

⁵ Um estudo sobre sequência didática na resolução de cálculos salienta a importância e auxilia os professores a tornarem as aulas mais atrativas, significativas e envolventes com resultados positivos sobre o entendimento da realização

dos mesmos. Se o professor estruturar seu planejamento em sequências de atividades, a Matemática tornar-se-á um instrumento de primeira para educar as crianças.

inferior, mas a análise deve se pautar criticamente nos textos dos alunos em sua articulação, em seu posicionamento, e não apenas em erros gramaticais. Segundo, como já fora mencionado, a sequência didática requer um envolvimento e comprometimento por parte do professor e dos alunos, pois não se quer trabalhar com o gênero de forma reduzida, mas atingindo sua função e amplitude. Desse modo:

O procedimento sequência didática é um conjunto de atividades pedagógicas organizadas, de maneira sistemática, com base em um gênero textual. Estas têm o objetivo de dar acesso aos alunos a práticas de linguagens tipificadas, ou seja, *de ajudá-los a dominar os diversos gêneros textuais que permeiam nossa vida em sociedade, preparando-os para saberem usar a língua nas mais variadas situações sociais*, oferecendo-lhes instrumentos eficazes para melhorar suas capacidades de ler e escrever (DOLZ; NOVERRAZ; SCHNEUWLY, 2004, grifos nossos).

Devemos enfatizar que esse processo é regido por um elemento intencional muito bem demarcado: o ensino dos gêneros textuais. Quando um agente produtor é instigado a utilizá-los, tem-se em mente que este agente já tem interiorizados os aspectos gerais de sua produção, a macroestrutura textual está formada; no entanto, surge a problemática da concretização do texto. Em suma:

As sequências e as outras formas de planificação constituem, como mencionados acima, o produto de uma restauração de um conteúdo temático já organizado na memória do agente-produtor na forma de macroestruturas. Ora, a forma assumida por essa reorganização é claramente motivada pelas representações que esse agente tem das propriedades dos destinatários de seu texto, assim como do efeito que neles deseja produzir. (BRONCKART, 1999, p. 233-234)

Tal interação possibilita uma mudança de práxis docente, bem como um novo olhar do aluno sobre seu papel no mundo. Também vale mencionar que é através do conhecimento prévio, o professor pode identificar quando o conhecimento ou ideias prévias, em relação ao conteúdo, tornam-se um obstáculo ou precursor na aprendizagem (COELHO, et al., 2000; GIORDAN, VECCHI, 1996)

Segundo Vygotski (2006, p. 110), através da linguagem, o professor de Matemática vai introduzindo o conteúdo matemático, partindo das experiências vividas pelos alunos (conhecimentos prévios), quer das séries anteriores ou do meio em que estão inseridos, permitindo que exponham suas ideias, seus conhecimentos e que aprendam. Isso significa perceber a importância de se considerar as ideias prévias dos alunos na construção de significados, visto que “não podemos negar que a aprendizagem escolar nunca começa no vácuo, mas é precedido sempre de uma etapa perfeitamente definida de desenvolvimento, alcançado pela criança antes de entrar para a escola”.

É importante mencionar que os resultados obtidos com a pesquisa não foram diferentes do que imaginávamos. Por exemplo, quando o aluno coloca “ao vermos no quadro (referindo-se a forma algébrica) não consigo percebê-lo com tal, só entendo realmente como é que funciona depois que colocamos no gráfico e tudo fica mais fácil”. Nessa afirmação verificamos a validação dos resultados obtidos com a aplicação da proposta de desenvolvimento dos conceitos de números complexos por meio da representação geométrica.

Como instrumento de coleta de dados, primeiramente, utilizamos um questionário que foi respondido pelos alunos. Estes questionários serviram para nortear a aplicação das sequências didáticas com a turma. Os resultados obtidos no questionário mostram que os alunos já tiveram contato com atividades de feitiço geométrico envolvendo outros conceitos matemáticos, pois o conceito de ponto, a identificação de ângulos e os cálculos utilizados na trigonometria.

Na tentativa de buscar os resultados esperados para nossa pesquisa, a pesquisadora assumiu a turma da terceira série do ensino médio, da EEEFM “Juraci Machado”, situada no município de Serra, Espírito Santo, com a supervisão da professora titular da turma. Nossa intenção foi propiciar aos alunos noções de números complexos, a partir de sua representação geométrica, no intuito que os alunos os percebam como entes geométricos.

Como metodologia de investigação, utilizamos a observação participante das falas dos alunos, atividades escritas e avaliações. A aplicação na sala de aula se deu através de várias sequências didáticas compostas de diversas atividades interativas e uma avaliação. Desde a primeira sequência didática os números complexos foram apresentados por meio de sua representação geométrica no Plano de Argand-Gauss como um ponto no plano e como um vetor de extremidades na origem e no ponto.

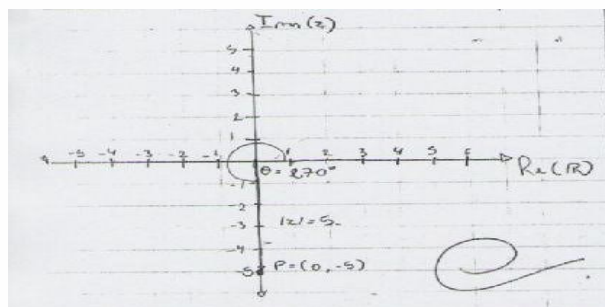
Numa sequência didática seguinte, apresentamos um número complexo representado no plano de Argand-Gauss, destacando o módulo e o argumento, que permitiu alguns indicativos de que os alunos conseguiram perceber a geometria no conteúdo em estudo.

De acordo com Carneiro (2004, p. 23) “a adoção de uma abordagem geométrica dos números complexos não exclui, é claro, o uso algébrico dos complexos, que continuam sendo importantes por motivos algébricos”. Pensando desse modo, não abdicamos da forma algébrica em nenhum momento de aplicação das sequências didáticas, mas sempre fazendo a representação geométrica como pontos ou vetores das soluções dos problemas apresentados, com destaque nas operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

Para verificar o aproveitamento dos alunos quanto ao conteúdo de números complexos, até o momento, realizamos uma avaliação individual. Destacamos um recorte que representa os resultados

obtidos com a aplicação das sequências didáticas. Observamos neste gráfico a identificação imediata do valor do argumento e do módulo, sem cálculos algébricos, somente com a representação no Plano de Argand-Gauss. Como é mostrado na figura abaixo:

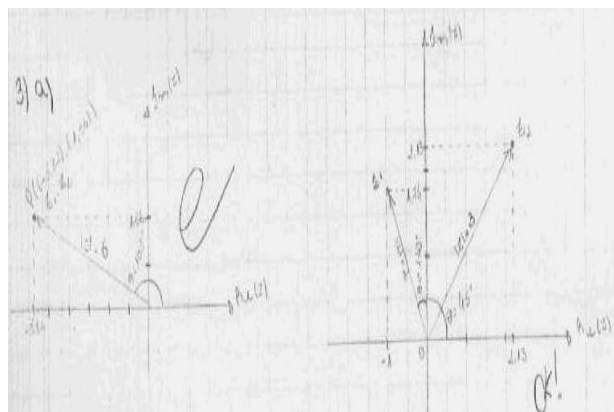
FIGURA 2: Representação geométrica do argumento.



FONTE: Avaliação dos alunos.

Em outra sequência didática, propomos uma atividade com o tema multiplicação e divisão de números complexos, na qual observamos que os alunos representaram os números complexos envolvidos em gráficos separados dos resultados. Mesmo solicitando apenas os resultados da divisão e da multiplicação dos números complexos em questão, alguns alunos confirmaram a importância da representação dos números complexos para visualização do que acontece com os vetores nas operações citadas (rotações), como mostra Figura abaixo:

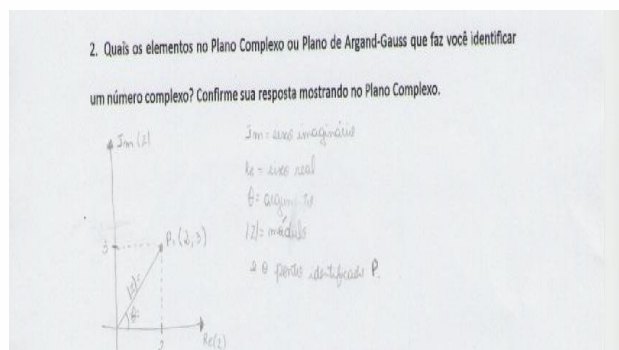
FIGURA 3: Representação dos números complexos nas operações e dos respectivos resultados.



FONTE: Atividade dos alunos.

Na sequência didática seguinte, desenvolvemos uma atividade na qual os alunos deveriam expressar os conhecimentos construídos sobre o número complexo com o objetivo de reforçar a ideia de que os alunos já conseguem perceber os números complexos como entes geométricos, visualizado na Fig. 4. Através das respostas observamos que os alunos identificam as três formas de representar um número complexo, além de identificá-lo como vetor. Assim, entendemos que os alunos percebem que o número complexo possui um valor que se refere à distância da origem até o ponto ou intensidade do vetor. Observamos, também que os alunos identificam um número complexo por um par ordenado que corresponde a um ponto no plano, justificando o proposto na pesquisa.

FIGURA 4: Identificação dos elementos:



FONTE: Atividade realizada pelos alunos.

Na sequência didática que trata das operações de potenciação e radiciação de números complexos na forma trigonométrica, decidimos apresentar com recursos tecnológicos de informática, com o intuito de que os alunos resolvessem as atividades utilizando o software Geogebra¹². Essa atividade possibilitou aos alunos representar os números complexos utilizando coordenadas cartesianas (retiradas da forma algébrica do número complexo) e coordenadas polares (retiradas da forma trigonométrica dos números complexos). Com essa atividade os alunos perceberam que a representação de raízes enésimas de um número

complexo no mesmo plano resulta em uma figura geométrica de n lados.

Ao final da aplicação das sequências didáticas, realizamos entrevista individual semiestruturada com cinco alunos escolhidos aleatoriamente. Nas respostas dos:

¹ Software livre para resoluções matemáticas.

entrevistados ficou muito claro o conhecimento adquirido sobre os números complexos.

Vale a pena mencionar que, seguindo as propostas da literatura, antes de aplicar a nossa sequência didática tentamos conversar um pouco com os alunos sobre a história dos números complexos. Porém sem retorno dos alunos, expomos a história até chegarmos nos dias atuais. Contudo observou-se pouquíssima curiosidade dos alunos a esse respeito.

Também informamos que, assim como sugere a literatura, à medida que íamos apresentando o conteúdo tentávamos relacioná-lo às suas aplicações em determinadas áreas da ciência e da tecnologia e, mais uma vez, os alunos se interessavam mais sobre as áreas profissionais onde os tópicos eram utilizados do que pela aplicação em si. Algumas vezes insistimos em demonstrar como ocorria tal aplicação em situações relacionada às duas áreas que mais interessaram aos alunos (engenharia elétrica e aerodinâmica), mas a demonstração mostrou-se abstrata e complexa demais para que os mesmos acompanhassem no momento e muitos perdiam o interesse logo no início da exposição matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio da presente pesquisa, constatamos que, diferente do que mostra a literatura, a contextualização histórica dos números complexos não

aproximou os alunos do conteúdo, na verdade eles não se interessaram por este aspecto do conteúdo. No entanto apresentar a sequência didática dos números complexos, o professor delinea-se como ensino aprendizado mostrando que as dificuldades encontradas pelo professor na didática do ensino integram a própria história dos números complexos. Cerca de 300 anos decorreram entre o uso ingênuo do "símbolo $a + bi$ " e a sua formalização como "par ordenado de números reais sujeitos a duas operações". Pensando nisso, essa pesquisa baseia-se em analisar e discutir a capacidade do indivíduo relacionar o conteúdo com sua realidade.

A hipótese de que os alunos se aproximariam dos números complexos mostrando as suas aplicabilidades em diferentes áreas da tecnologia e da ciência, foi parcialmente verificada, pois os alunos se interessaram mais por aquelas áreas da ciência do que pelos números complexos ou por suas aplicabilidades. Assim, parece que as diretrizes da orientação normativa curricular têm razão em destacar que esse conteúdo deve ser mais aprofundado apenas se houver um grande número de alunos que se interessam em seguir profissões que utilizam modelos matemáticos complexos. No entanto, explorar esse interesse discente acerca do futuro profissional pode ser útil para que eles se vejam interessados em estudar o conteúdo dos números complexos no Ensino Médio.

Dessa maneira, ficou comprovada a hipótese de que é possível despertar o interesse do aluno mostrando que os números complexos não se limitam a propiciar a obtenção da raiz quadrada de números negativos, isso pode ser evidência por meio da articulação entre dos números complexos com a representação geométrica, que percebemos favorecer a compreensão do aluno e diminuir a dificuldade do conteúdo. O que nos chamou a atenção foi o fato da presença marcante da geometria, principalmente nas falas em que se frisa: "ao vermos no quadro (referindo-se a forma algébrica) não consigo percebê-lo com tal, só entendo realmente como é que

funciona depois que colocamos no gráfico e tudo fica mais fácil".

Assim, acreditamos que o presente trabalho atingiu o seu objetivo geral de contribuir para o processo de ensino aprendizagem dos números complexos. Além disso, acreditamos que os resultados da atividade nos mostram um caminho favorável para a possibilidade, importância e potencialidade deste assunto ser estudado no ensino médio.

Também por meio da consecução do objetivo de elaborar uma sequência didática visando à necessidade do educando em extrair a raiz quadrada de um número natural e irmos além do proposto, colocando em prática tal sequência, atingimos o objetivo apresentar em particular a ligação existente entre a geometria e os conceitos dos números complexos.

O mesmo pode ser dito com a consecução do objetivo de apresentar sugestões didático-pedagógicas para tornar o conteúdo dos números complexos mais interessante e estimulante para os alunos, atingido não só com uma elaboração propositiva, mas com a sua aplicação prática por meio do minicurso do software geogebra. Com a pesquisa foi possível perceber a importância da representação geométrica no processo de ensino-aprendizagem dos números complexos para que se perca a ideia de que números dessa natureza são somente imaginários, abrindo possibilidades de concretização desses conceitos para o aluno.

Com isso, abrem-se possibilidades de incremento na apresentação deste conteúdo em sala de aula pelo professor, certamente com maior motivação e interação dos alunos. A mudança metodológica no processo ensino-aprendizagem dos números complexos através do uso de representações geométricas é uma estratégia que surtiu resultados significativos. Nesse sentido, sugerimos o uso dessas representações geométricas nas aulas de números complexos como um agente facilitador do processo de ensino-aprendizagem.

Ao compararmos a proposta e o contexto da literatura por meio da observação não participante,

constatamos que as aulas de matemática no 3º ano do Ensino médio da escola estudada, apresentam muitas das características do modelo tradicional de ensino-aprendizagem apresentadas pela literatura. No entanto, vale mencionar, que tal como consta na literatura, a professora regente da disciplina observada possui uma elevadíssima carga horária de aulas semanais.

Assim, alguns fatores importantes como adequação da proposta ao currículo do ensino médio, a carga horária escolar, tempo de aplicação dessa atividade, avaliação dos resultados na aprendizagem e a formação do professor necessitam de uma investigação mais aprofundada.

REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, R. O. Circuitos em corrente alternada. 2 ed. São Paulo: Érica, 1997.
- ARAÚJO, N. B. **Números complexos**: uma proposta de mudança metodológica para uma aprendizagem significativa no Ensino Médio. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.
- ÁVILA, G. O Ensino de Matemática. **Revista do Professor de matemática (RPM)**. n. 23, 1983. Disponível em: <<http://www.rpm.org.br/cdrpm/23/1.htm>>. Acesso em: 14 jan. 2019.
- AZEVEDO, E. M. de. Livro didático: uma abordagem histórica e reflexões a respeito de seu uso em sala de aula. Cadernos da FUCAM. v.4, n.4. 2005. Disponível em: <http://www.fucamp.edu.br/editora/index.php/caderno_s/article/view/69>, Acesso em 29 mai. 2018.
- BARROSO, J. M. (Org.) **Conexões com a Matemática**. v.3. São Paulo: Editora Moderna, 2010.
- BARROSO, J. M. (Org.) **Conexões com a Matemática - Manual do professor**. v.3. São Paulo: Editora Moderna, 2010. ARAÚJO, Nanci Barbosa Ferreira. **Números complexos**: Uma proposta de mudança metodológica para uma Aprendizagem significativa no ensino médio. Dissertação. (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.
- BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 3 ed. São Paulo: Blucher, 2010.
- BOMBELLI, Rafael. **L'Algebra**. 1572
- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio - Parte III**. Brasília (DF), 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em 23 jun. 2013.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura**. Brasília, 2001. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>>. Acesso em 23 jun. 2018.
- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília (DF), 2007. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em 26 jun. 2013.
- BRASIL. Ministério da Educação. **PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação**: SAEB: ensino médio: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília (DF): MEC, SEB, Inep, 2008. Disponível: <http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/saeb_matriz2.pdf>. Acesso em 26 mai. 2018.
- BRASIL. **Guia de livros didático - PNLD 2012 - Matemática**. Brasília, 2011. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guia-do-livro/item/2988-guia-pnld-2012-ensino-m%C3%A9dio>>. Acesso em 26 mai. 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Matriz de referência ENEM - Matemática**. Brasília (DF), 2012. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2012/matriz_referencia_enem.pdf>. Acesso em 23 abr. 2019.
- CARNEIRO, M. J. D.; SPIRA, M.; SABATUCCI, J. **Conteúdos Básicos Comuns - Matemática**. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, Minas Gerais, 2007. Disponível em: <http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema_crv/index.aspx?&usr=pub&id_projeto=27&id_objeto=39143&id_pai=38935&tipo=txg&n1=&n2=Proposta%20Curricular%20%20CBC&n3=Ensino%20M%C3%A9dio&n4=Matem%C3%A1tica&b=s&ordem=campo3&cp=B53C97&cb=mma>. Acesso em 23 abr. 2019.
- CHAGAS, J S B. **A Relevância do Ensino de Números Complexos no Ensino Médio na Opinião de Professores de Matemática**. 2013. (Dissertação de Mestrado). UENF, Campo dos Goytacases, Rio de Janeiro, 2013.
- DANTE, L. R. **Matemática: Contexto e aplicações**. v.3. São Paulo: Ática, 2010a. Referências 87

DANTE, L. R. **Matemática: Contexto e aplicações - Manual do professor**. v.3. São Paulo: Ática, 2010b.

DÍAZ, O. R. T. **A atualidade do livro didático como recurso curricular**. Brasília: Linhas Críticas, v. 17, n. 34, p. 609-624, 2011. CARDANO, Girolamo. **Ars Magna**. 1545.

CARNEIRO, J. P. A. **A geometria e o ensino de números complexos**. Revista do professor de Matemática. N. 55. São Paulo: RPM, 2004.

CERCONI, F. B. M.; MARTINS, M. A. Recursos tecnológicos no ensino de matemática: considerações sobre três modalidades. In: **SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA - 4**, 2014, Ponta Grossa. Anais... Ponta Grossa. 2014. Disponível em: <<http://sinect.com.br/anais2014/anais2014/artigos/ensino-dematematica/01409358155.pdf>>. Acesso em 14 nov 2018.

COSTA, Gilvan Luiz Machado. **Curso para professores de Ensino Médio da rede pública estadual de Santa Catarina, nas áreas de Ciências da Natureza e Matemática e suas tendências: Caderno pedagógico do cursista e Guia do curso**. Tubarão: Unisul Virtual, 2004.

CUNHA, J S; SILVA J A V. A importância das atividades lúdicas no ensino da matemática. **III EIMAT**. 1 a 3 ago 2012. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/RE/RE_Cunha_Jussileno.pdf>. Acesso em: 02 jun 2019

CURY, A. **Pais brilhantes, professores fascinantes**. 9 ed. Rio de Janeiro: Sextante, 2003.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. p. 15-19

DIAS, A A S. Fracasso no Ensino de Matemática na Educação Básica – a quem interessa? In.: CASTEJON, M; ROSA, R (ORG). **Olhares sobre o Ensino da Matemática na Educação Básica**. Uberaba: IFTM, 2017

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. São Paulo: Unicamp, 2004.

FAGUNDO, L M C. A importância na vinculação de “sentido” ao ensino de matemática em sala de aula. In. CASTEJON, M; ROSA, R (ORG). **Olhares sobre o Ensino da Matemática na Educação Básica**. Uberaba: IFTM, 2017

FELICITI, V L. Linguagem na Construção Matemática. **Revista Educação por Escrito** – PUCRS, v.1, n.1, jun. 2010. Disponível em: <<http://revistaseletronicas.pucrs.br/article/view/7121/5354>>. Acesso em: 20 abr 2019.

GOMES, T. A.; RODRIGUES, C. K. A evolução das tendências da educação matemática e o enfoque da história da matemática no ensino. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v.4 n.3 set/dez 2014. Disponível <<http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/viewFile/2687/1264>>. Acesso em 14 nov 2018.

INÁCIO, A. M. A. V, MACHADO, F. e SOUZA, A. R. **A Representação Geométrica dos Números Complexos: Um olhar sobre a disciplina de trigonometria e números complexos do curso de Matemática da UNISUL/TB**. 47 folhas. Trabalho de Conclusão de Curso. (Curso de Matemática - Licenciatura) - Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2006.

LIMA, E. L. **A matemática do Ensino Médio: parte 1**, 2011. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=r39AUcN9KDg>>. Acesso em: 14 nov. 2019.

_____. **Números e Funções Reais**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013. 289 p.

LUFT, C. P. **Minidicionário LUFT**. 20ª Ed. São Paulo: Ática, 2000.

MARCONI, Marina de Andrade & LAKATOS, Eva. **Técnicas de Pesquisa**. 5.ed., São Paulo: Atlas, 2002.

MEC. Ministério da Educação e do Desporto, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental: introdução**. Brasília, 1998.

MIGUEL, J. C. **O ensino de Matemática na perspectiva da formação de conceitos: implicações teórico-metodológicas**. Núcleos de Ensino: Artigos dos Projetos realizados em 2003. p.375-394, 2005. Disponível em: <<http://www.gradadm.ifsc.usp.br/dados/20121/SLC0630-1/Ensino-MatematicaEnfoque-Conceitos.pdf>>. Acesso em 14 nov 2018.

MORAIS, Regis de. **Sala de aula: que espaço é esse?** 3 ed. Campinas: Papirus, 1998.

OLIVEIRA, M R. Ensino de Matemática na Educação Básica. CASTEJON, M; ROSA, R (ORG). **Olhares sobre o Ensino da Matemática na Educação Básica**. Uberaba: IFTM, 2017

PAIVA, M. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 2004.

REIS, S. T.; NASCIMENTO, L. C. S.; MERÇON, A. J. A importância das atividades lúdicas no processo de ensino-aprendizagem da matemática. In: **ENCONTRO CAPIXABA DE EDUCAÇÃO DE MATEMÁTICA**. 2015, Vitória. Anais...Vitória, Ifes&Ufes, 2015. Disponível em <http://ocs.ifes.edu.br/index.php/ECM/X_ECEM/paper/viewFile/1867/642>. Acesso em 14 nov. 2018.

SANTALÓ, L. A. Matemática para não-matemática. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes médicas, 1996.p. 11-25.

SANTOS, E N F. Apresentação. CASTEJON, M; ROSA, R (ORG). **Olhares sobre o Ensino da Matemática na Educação Básica**. Uberaba: IFTM, 2017

SAVIANI, Demerval. **História das Ideias Pedagógicas no Brasil**. Campinas: Autores Associados, 2007. Coleção Memória da Educação.

SAVIANI, Demerval. “A idéia de sistema nacional de ensino e as dificuldades para sua realização no Brasil no século XIX”. In.: **III Congresso Luso-Brasileiro de História da Educação**, Coimbra, 23 a 26 de fevereiro de 2000.

SCHNEUWLY, B.; DOLZ, J. (Orgs.). **Gêneros orais e escritos na escola**. Campinas: Mercado das Letras, 2004.

SKOVSMOSE, Ole. **Matemática em ação**. In: BICUDO, M. e BORBA, M.C. (Orgs.). Educação matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

VERGARA, Sylvia Constant. **Projetos e Relatórios de Pesquisa em Administração**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2003.